

國立苑裡高級中學 115 學年度高一新生自主學習數學科試題

班級_____座號_____姓名_____

例 1

設 $f(x) = (2x+5)(2x-1) + (3x-1)(x-2) + 3x$ ，試因式分解 $f(x)$ 。

解

例 3

化簡 $\sqrt{\frac{1}{15}} + \sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{5}{3}} = ?$

解

例 5

(1) 將 $\sqrt{11+2\sqrt{18}}$ 表成帶小數後，求整數部分與純小數部分的值。

(2) 化簡 $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$ 。

解

例 2

因式分解 $x^4 + 7x^2 - 8$ 。

解

例 4

設 $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ ， $b = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ ，求

$(a+b)^2 + (a-b)^2$ 之值。

解

例 6

(1) 比較 $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ 與 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ 的大小。

(2) 設 $a = \sqrt{10} - \sqrt{7}$ ， $b = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ ，試比較 $a \cdot b$ 之大小。

解

例 7

正整數 a 、 b 以 5 除之，分別得餘數 3、1，試求 $a+b^2$ 以 5 除之的餘數。

解

例 9

正整數 n 以 4、6、7 除之均得餘數 1，那麼 n 以 84 除之得餘數為何？

解

例 11

a 、 b 為整數，已知 $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1$ ，則 a 、 b 之解有多少組？

解

例 13

k 為常數，已知 $(3x^2 - 4x + k)(2x^2 + x - 1)$ 展開後 x^2 項的係數為 -19 ，求 x 項的係數。

解

例 8

正整數 n ， n^2 被 3 除的餘數為何？

解

例 10

a 、 b 為正整數，已知 $a(b-2)=6$ ，求 a 、 b 。

解

例 12

b 、 c 為常數，已知 x 的多項式 $5(x-1)(x+1) + b(x-1)(x-2) + c(x+1)(x-2) = 3x^2 + 4x - 5$ ，求 b 、 c 。

解

例 14

a 、 b 為常數，已知 x 的多項式 $(ax+b)(x+5) - 7x - 2x^2 + 8 = 2x^2 + 12x + 3$ ，求 a 、 b 。

解

例 15

解分式方程式：

$$(1) \frac{2}{x+1} = -1。$$

$$(2) \frac{4}{x} + \frac{3}{x+1} = 3。$$

解

例 17

某班欲利用班費購買 (A 類) 筆記本。已知每本 (A 類) 筆記本售價為 16 元，最多能使用班費 500 元，試問最多可購買 (A 類) 筆記本幾本？

解

例 19

小君想用三根長為 $4x-3$ 、 $2x+5$ 、 $3x+8$ 的木棒圍成一個三角形，試求 x 之範圍。

解

例 16

一正方形邊長 4，今截去四個角使成正八邊形，求這正八邊形的邊長。

解

例 18

常長量身高為 180 公分，已知測量時的誤差為 ± 0.5 公分以內，試問常長的實際身高應在多少公分範圍內？

解

例 20

解方程式 $|2x-y+3| + |x+2y-11| = 0$ 。

解

例 21

a 、 b 為實數，已知 $|ax+2| \leq b$ 之解為 $2 \leq x \leq 6$ ，求 a 、 b 。

解**例 23**

a 、 b 為常數，設 $f(x)=ax+b$ ，已知 $y=f(x)$ 的圖形通過兩點 $(-2, 1)$ 、 $(3, 4)$ ，求 a 、 b 。

解**例 25**

求 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+5$ 的最小值。

解**例 22**

k 為常數，方程式 $2x^2-3x+k=0$ 的二根 α 、 β ，已知 $\alpha^2+\beta^2=4$ ，求 k 之值。

解**例 24**

a 、 b 為常數，二次函數 $f(x)=-x^2+ax+b$ 的圖形與 x 軸交點為 $(-3, 0)$ 、 $(2, 0)$ ，試求 $f(x) \geq 0$ 之解。

解**例 26**

用 100 公尺長的鐵絲網圍成一個矩形的花園，其面積最大為何？

解

例27

展開：

(1) $(2x-y)^3$ 。

(2) $(x+2y^2)^3$ 。

解

例29

(1) 化簡 $(2-a)(2+a)(4+a^2)(16+a^4)$ 。

(2) 簡化 $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$ 。

解

例31

(1) 利用 $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ 展開 $(a+b+c)^2$ 。

(2) 利用(1)的結果，展開 $(a-b+2)^2$ 。

解

例28

展開：

(1) $(2x+3)(4x^2-6x+9)$ 。

(2) $(xy-1)(x^2y^2+xy+1)$ 。

解

例30

(1) 設 a 、 b 為實數，且 $a+b=8$ ， $ab=3$ ，求 a^2+b^2 之值。

(2) 設 a 、 b 為實數，且 $a-b=5$ ， $ab=-3$ ，求 a^3-b^3 之值。

解

例32

已知 $a-b+c=1$ ， $a^2+b^2+c^2=9$ ，求 $ab+bc-ca$ 之值。

解

答案：

1. $(7x-3)(x+1)$

2. $(x^2+8)(x+1)(x-1)$

3. $-\frac{\sqrt{15}}{15}$

4. 28

5. (1) $4+(\sqrt{2}-1)$ (2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

6. (1) $\sqrt{5}+\sqrt{3}>\sqrt{6}+\sqrt{2}$ (2) $a<b$

7. 4

8. 0 或 1

9. 1

10. $(a, b)=(1, 8), (2, 5), (3, 4)$ 或 $(6, 3)$

11. 7

12. $b=-1, c=-1$

13. -2

14. $a=4, b=-1$

15. (1)-3 (2) $-\frac{2}{3}$ 或 2

16. $4\sqrt{2}-4$

17. 31

18. 179.5 公分到 180.5 公分之間

19. $x>2$

20. $x=1, y=5$

21. $a=-\frac{1}{2}, b=1$

22. $-\frac{7}{4}$

23. $a=\frac{3}{5}, b=\frac{11}{5}$

24. $-3\leq x\leq 2$

25. $\frac{1}{2}$

26. 625 平方公尺

27. (1) $8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$ (2) $x^3+6x^2y^2+12xy^4+8y^6$

28. (1) $8x^3+27$ (2) x^3y^3-1

29. (1) $256-a^8$ (2) x^6-64

30. (1)58 (2)80

31. (1) $(a^2+b^2+c^2)+2(ab+bc+ca)$ (2) $a^2+b^2-2ab+4a-4b+4$

32. 4